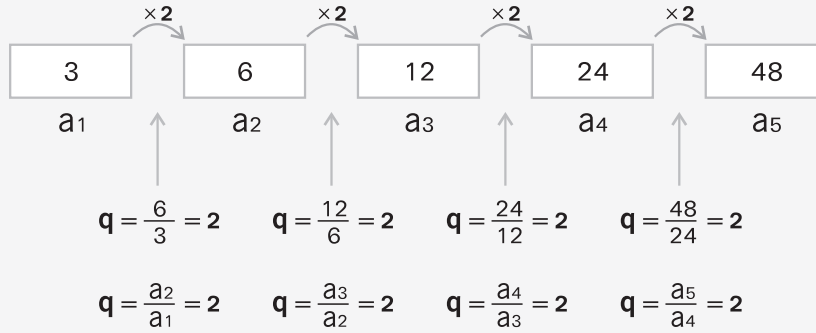


דף עבודה 7: סדרה הנדסית



מנת הסדרה = q = פי כמה גדול כל איבר מקודמו: $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_5}{a_4}$

בסדרה הנדסית זו, **כשמחלקים** כל איבר, באיבר שלפניו מתקבל תמיד אותו מספר: המספר 2. מסקנה: בסדרה זו $q = 2$.
 בכל סדרה הנדסית כשמחלקים כל איבר, באיבר שלפניו מתקבל תמיד אותו מספר: q .
 תוצאת החילוק נקראת מנה ולכן q נקרא מנת הסדרה.

בסדרה הנדסית: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

מאיפה באה הנוסחה?

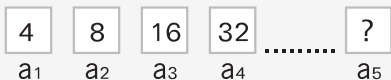
חזקה כקיצור של כפל

	$a_4 = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^3$	$a_4 = a_1 \cdot q^{4-1}$
	$a_3 = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^2$	$a_3 = a_1 \cdot q^{3-1}$
	$a_5 = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^4$	$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1}$
	$a_n = a_1 \cdot \overbrace{q \cdot q \cdot q \dots q}^{(n-1) \text{ פעמים}} = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$q = \frac{a_2}{a_1}$ = מנת הסדרה

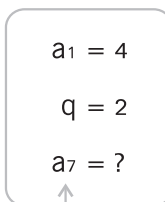
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

דוגמה נתונה סדרה הנדסית: $4, 8, 16, 32, \dots$.
א. כתוב נתונים **ב.** חשב את a_7



פתרון:

א. נתונים



ב. נוסחה והצבה

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_7 = 4 \cdot 2^{7-1}$$

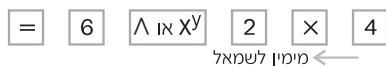
$$a_7 = 4 \cdot 2^6$$

$$a_7 = 256 \text{ רשום בנתונים}$$

הערות

1. על פי סדר פעולות חשבון: חזקה קודמת לכפל.

2. מחשבים במחשבון על פי סדר הקריאה בעברית:



3. אל תשכח ללחוץ על = .

פתור את התרגילים

1. נתונה הסדרה הנדסית $2, 6, 18, \dots$. **א.** מצא את האיבר השמיני **ב.** מצא את האיבר העשירי

נתונים	א. נוסחה והצבה:	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	ב. נוסחה והצבה
$a_1 =$ $q =$ $a_8 = ?$ $a_{10} = ?$		$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ↓ ↓ ↓	

2. נתונה הסדרה הנדסית $3, 6, \dots$. **א.** מצא את האיבר החמישי **ב.** מצא את האיבר השמיני

נתונים	א.	ב.

3. ביום הראשון פתר דוד 2 תרגילים במתמטיקה. בכל יום פתר דוד פי 3 תרגילים יותר מאשר ביום שקדם לו. כמה תרגילים פתר ביום השישי?

נתונים
$a_1 =$ → היום הראשון $q =$ → פי כמה יותר $a_6 = ?$ → היום השישי

תשובות: 1. $a_8=4374$ 2. $a_5=48$ 3. $a_6=486$

דף עבודה 8: א. מציאת a_1 ב. מציאת סכום איברים

מנת הסדרה = q

דוגמה: האיבר השלישי בסדרה הנדסית הוא 200. מנת הסדרה היא 5. חשב את a_6
פתרון:

תזכורת

- מתחילים ב- a_3 הידוע ולא ב- a_1 הלא ידוע.
- בשלב הראשון נכתוב a_3 . אל תוותר על שלב זה!
- בשלב שני נציב 200 במקום a_3 .
- סדר פעולות חשבון: חזקה קודמת לכפל וחילוק.

ב. נוסחה והצבה

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_3 = a_1 \cdot 5^{3-1}$$

$$200 = a_1 \cdot 5^2$$

$$200 = a_1 \cdot 25 \quad /:25$$

$$\frac{200}{25} = a_1 \rightarrow a_1 = 8$$

א. נתונים

$$a_1 = ?$$

$$q = 5$$

$$a_3 = 200$$

$$a_6 = ?$$

הוסף לנתונים $a_1 = 8$ פתור בעצמך: a_6 .

a_1 ו- q קובעים את הסדרה. אם אחד מהם אינו ידוע חשב אותו תחילה, גם אם לא נתבקשת

פתור את התרגילים

1. האיבר הרביעי בסדרה הוא 32. מנת הסדרה היא 2. א. מצא את האיבר הראשון ב. חשב את האיבר התשיעי

תזכורת: מנת הסדרה = q

נתונים

$$a_1 = ?$$

$$q = ?$$

$$a_4 = ?$$

$$= ?$$

2. כיתה י"ב יצאה למסע רגלי למשך 4 ימים. בכל יום צעדו התלמידים פי 2 ק"מ מאשר ביום שקדם לו.

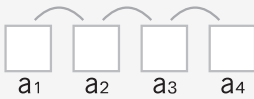
ביום הרביעי צעדו 24 ק"מ. כמה ק"מ צעדו ביום השני?

הערה

פתור בשתי הדרכים והשווה ביניהן:

א. בדרך האלגברית הרגילה.

ב. בדרך היוזואלית:



נתונים

$$a_1 = ?$$

$$q = ?$$

$$a_4 = ?$$

$$= ?$$

3. האיבר החמישי בסדרה הנדסית הוא 128. מנת הסדרה היא 2. מצא את האיבר העשירי.

תזכורת:

1. אם לא מצויירת תיבת נתונים, הוסף בעצמך.

2. מתחילים ב- a_5 הנתון, ולא ב- a_{10} הלא ידוע.

3. כדי למצוא את a_{10} יש צורך למצוא תחילה את a_1 .

4. a_1 ו- q קובעים את הסדרה. אם אינם נתונים, מצא אותם תחילה.

סכום האיברים

פינת הלשון העברית: חשב סכום איברים = חבר את האיברים

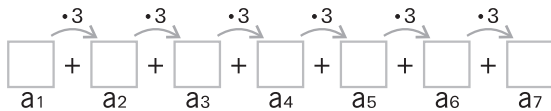
דרך א: הדרך הוויזואלית: השלם את הסדרה וחשב סכום $S_4 =$ סכום 4 איברים ראשונים = $\square + \square + \square + \square$
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

הערה: בכל השאלות בסדרה הנדסית אפשר למצוא את האיברים גם בדרך ויזואלית, יחד עם הסבר ויזואלי מתאים (ציור זה).

דרך ב: חישוב סכום האיברים בעזרת נוסחת הסכום: $S_n = \frac{a_1 \cdot [q^n - 1]}{q - 1}$

הערות: 1. שים לב: בנוסחה כתוב $[q^n - 1]$ ולא q^{n-1} כמו בנוסחה $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. לא מופיע בחזקה. אם מחשבים את S_8 , מציבים בנוסחה q^8 ולא q^{8-1} . לכן כשמעתיקים את הנוסחה מדגישים 1 גדול: $[q^n - 1]$
 2. אין צורך ללמוד את נוסחת הסכום בע"פ, כי היא מופיעה בנוסחאון בחינת הבגרות ובכריכה האחורית של החוברת.

דוגמה: חשב את סכום שבעת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית בה $a_1=4, q=3$.



דרך א: הדרך הוויזואלית: השלם את הסדרה וחבר את האיברים

$a_1 = 4$
 $q = 3$
 $S_7 = ?$

דרך ב: חישוב הסכום בעזרת הנוסחה:

$S_n = \frac{a_1 \cdot [q^n - 1]}{q - 1}$ $S_7 = \frac{4 \cdot [3^7 - 1]}{3 - 1} = \frac{4 \cdot 2186}{2} = \frac{8744}{2} = 4372 = S_7$

פתור את התרגילים: מצא את הסכומים בשתי הדרכים

1. בסדרה הנדסית האיבר הראשון הוא 4 ומנת הסדרה q היא 2 ($q=2$). חשב את סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

$q =$ מנת הסדרה	נתונים
	$a_1 =$
	$q =$
	$S_5 =$

2. האיבר השלישי בסדרה הנדסית הוא 400. מנת הסדרה היא 5. מצא את האיבר הראשון ואת סכום חמשת האיברים הראשונים.

3. סטודנט התכוון לבחינה במשך חמישה ימים. בכל יום קרא פי 2 עמודים יותר מאשר ביום הקודם. ביום החמישי קרא 128 עמודים. כמה קרא בכל חמשת הימים יחד?

תזכורת: אל תשכח למצוא גם כמה קרא ביום הראשון.

דף עבודה 9: מציאת q

דוגמה הכנס 3 מספרים בין המספרים 2 ל-32 כך שכל חמשת האיברים יהוו סדרה הנדסית. (מצא את כל האפשרויות)

פתרון

שורש כפעולה הפוכה לחזקה

$$q^3 = 8 / \sqrt[3]{8} \quad q^2 = 4 / \sqrt{4}$$

↓ ↓ ↓

$$q = 2 \quad q = 2 \quad q = -2$$

פתרון אחד שני פתרונות
(שורש אי זוגי) (שורש זוגי)

נצייר את הסדרה ונכתוב נתונים:



העזות

1. פעולה הפוכה לחזקה רביעית (q^4) היא שורש רביעי ($\sqrt[4]{\quad}$)

2. חשב במחשבון $\sqrt[4]{16}$: = 16 $\sqrt[4]{\quad}$ shift 4

3. בפתרון משוואה $q^4 = 16$ עם חזקה זוגית: ישנם 2 פתרונות: $q_1 = 2$ $q_2 = -2$ כיוון ש- $2^4 = 16$ וגם $(-2)^4 = 16$

4. קיימות שתי סדרות כאלה: האחת בה $q = 2$ והאחרת בה $q = -2$

5. בפתרון משוואה מסוג $q^3 = 8$ יש רק פתרון אחד $q^3 = 8 / \sqrt[3]{8}$ $q = 2$

נוסחה והצבה

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_5 = 2 \cdot q^{5-1}$$

$$32 = 2 \cdot q^4 \quad /:2$$

$$\frac{32}{2} = q^4$$

$$16 = q^4 / \sqrt[4]{\quad}$$

$$\sqrt[4]{16} = q$$

$q = 2$
סדרה עולה

$q = -2$
סדרה לא עולה ולא יורדת

השלם את שתי הסדרות



נתונים

$$a_1 = 2$$

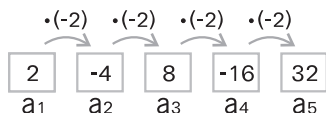
$$q = ?$$

$$a_5 = 32$$

סדרה לא עולה ולא יורדת

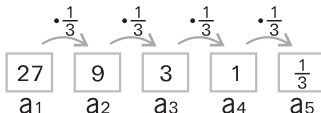
q שלילי

לכן הסדרה מחליפה סימנים



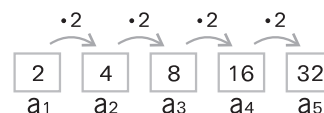
סדרה יורדת

q שבר בין 0 ל-1



סדרה עולה

q גדול מ-1



פתור את התרגילים

1. יש להכניס שלושה מספרים בין המספרים 3 ו-48 כך שתתקבל סדרה הנדסית. מצא את שתי הסדרות המתקבלות.

--	--

תשובה: 3, 6, 12, 24, 48 3, -6, 12, -24, 48

